



2019 年河南省普通高中招生考试试卷

数 学

注意事项:

1. 本试卷共 6 页,三个大题,满分 120 分,考试时间 100 分钟。
2. 本试卷上不要答题,请按答题卡上注意事项的要求直接把答案填写在答题卡上。答在试卷上的答案无效。

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分) 下列各小题均有四个答案,其中只有一个是正确的。

1. $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 2

(D) -2

2. 成人每天维生素 D 的摄入量约为 0.0000046 克. 数据“0.0000046”用科学记数法表示为

(A) 46×10^{-7}

(B) 4.6×10^{-7}

(C) 4.6×10^{-6}

(D) 0.46×10^{-5}

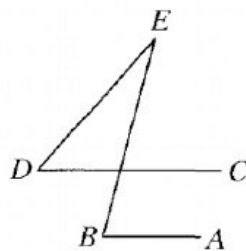
3. 如图, $AB \parallel CD$, $\angle B = 75^\circ$, $\angle E = 27^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数为

(A) 45°

(B) 48°

(C) 50°

(D) 58°



(第 3 题)

4. 下列计算正确的是

(A) $2a + 3a = 6a$

(B) $(-3a)^2 = 6a^2$

(C) $(x-y)^2 = x^2 - y^2$

(D) $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

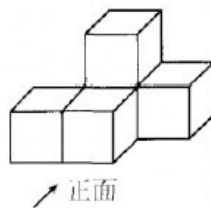
5. 如图①是由大小相同的小正方体搭成的几何体,将上层的小正方体平移后得到图②. 关于平移前后几何体的三视图,下列说法正确的是

(A) 主视图相同

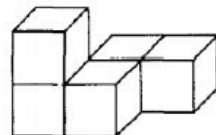
(B) 左视图相同

(C) 俯视图相同

(D) 三种视图都不相同



图①



图②

(第 5 题)

6. 一元二次方程 $(x+1)(x-1) = 2x+3$ 的根的情况是

(A) 有两个不相等的实数根

(B) 有两个相等的实数根

(C) 只有一个实数根

(D) 没有实数根

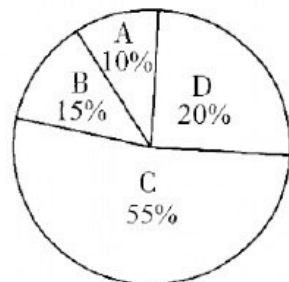
7. 某超市销售 A, B, C, D 四种矿泉水, 它们的单价依次是 5 元、3 元、2 元、1 元. 某天的销售情况如图所示, 则这天销售的矿泉水的平均单价是

(A) 1.95 元

(B) 2.15 元

(C) 2.25 元

(D) 2.75 元



(第 7 题)

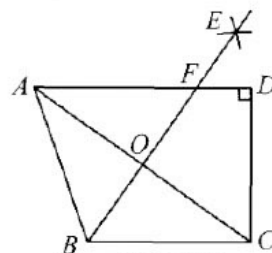


8. 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + 4$ 经过 $(-2, n)$ 和 $(4, n)$ 两点, 则 n 的值为
(A) -2 (B) -4 (C) 2 (D) 4

9. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle D = 90^\circ$, $AD = 4$, $BC = 3$.

分别以点 A, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧, 两弧交于点 E , 作射线 BE 交 AD 于点 F , 交 AC 于点 O . 若点 O 是 AC 的中点, 则 CD 的长为

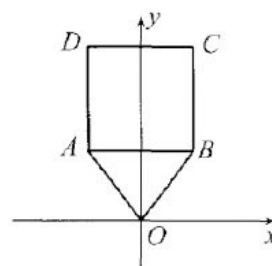
- (A) $2\sqrt{2}$ (B) 4
(C) 3 (D) $\sqrt{10}$



(第9题)

10. 如图, 在 $\triangle OAB$ 中, 顶点 $O(0, 0)$, $A(-3, 4)$, $B(3, 4)$. 将 $\triangle OAB$ 与正方形 $ABCD$ 组成的图形绕点 O 顺时针旋转, 每次旋转 90° , 则第 70 次旋转结束时, 点 D 的坐标为

- (A) $(10, 3)$ (B) $(-3, 10)$
(C) $(10, -3)$ (D) $(3, -10)$



(第10题)

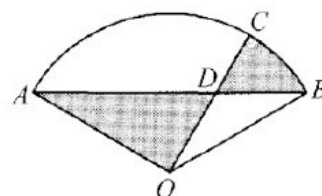
二、填空题(每小题3分,共15分)

11. 计算: $\sqrt{4} - 2^{-1} =$ _____.

12. 不等式组 $\begin{cases} \frac{x}{2} \leq -1, \\ -x + 7 > 4 \end{cases}$ 的解集是 _____.

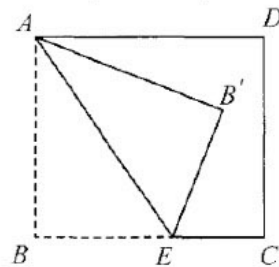
13. 现有两个不透明的袋子, 一个装有2个红球、1个白球, 另一个装有1个黄球、2个红球, 这些球除颜色外完全相同. 从两个袋子中各随机摸出1个球, 摸出的两个球颜色相同的概率是 _____.

14. 如图, 在扇形 AOB 中, $\angle AOB = 120^\circ$, 半径 OC 交弦 AB 于点 D , 且 $OC \perp OA$. 若 $OA = 2\sqrt{3}$, 则阴影部分的面积为 _____.



(第14题)

15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 1$, $BC = a$, 点 E 在边 BC 上, 且 $BE = \frac{3}{5}a$. 连接 AE , 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 若点 B 的对应点 B' 落在矩形 $ABCD$ 的边上, 则 a 的值为 _____.



(第15题)

三、解答题(本大题共8个小题,满分75分)

16. (8分) 先化简, 再求值: $(\frac{x+1}{x-2} - 1) \div \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4}$, 其中 $x = \sqrt{3}$.

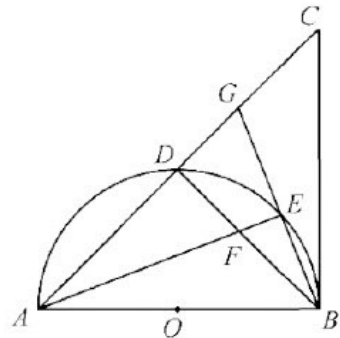


17. (9分) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BA = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$. 以 AB 为直径的半圆 O 交 AC 于点 D , 点 E 是 $\widehat{BD}$ 上不与点 B, D 重合的任意一点, 连接 AE 交 BD 于点 F , 连接 BE 并延长交 AC 于点 G .

(1) 求证: $\triangle ADF \cong \triangle BDG$;

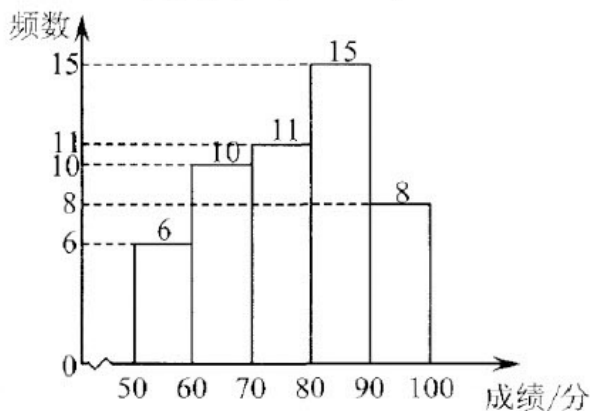
(2) 填空:

- ① 若 $AB = 4$, 且点 E 是 $\widehat{BD}$ 的中点, 则 DF 的长为 _____;
- ② 取 $\widehat{AE}$ 的中点 H , 当 $\angle EAB$ 的度数为 _____ 时, 四边形 $OBEH$ 为菱形.



18. (9分) 某校为了解七、八年级学生对“防溺水”安全知识的掌握情况, 从七、八年级各随机抽取 50 名学生进行测试, 并对成绩(百分制) 进行整理、描述和分析. 部分信息如下:

a. 七年级成绩频数分布直方图:



b. 七年级成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是:

70 72 74 75 76 76 77 77 77 78 79

c. 七、八年级成绩的平均数、中位数如下:

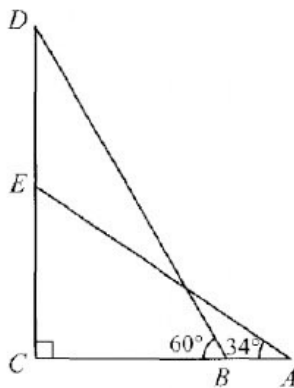
年级	平均数	中位数
七	76.9	m
八	79.2	79.5

根据以上信息, 回答下列问题:

- 在这次测试中, 七年级在 80 分以上(含 80 分) 的有 _____ 人;
- 表中 m 的值为 _____;
- 在这次测试中, 七年级学生甲与八年级学生乙的成绩都是 78 分, 请判断两位学生在各自年级的排名谁更靠前, 并说明理由;
- 该校七年级学生有 400 人, 假设全部参加此次测试, 请估计七年级成绩超过平均数 76.9 分的人数.



19. (9分) 数学兴趣小组到黄河风景名胜区测量炎帝塑像(塑像中高者)的高度. 如图所示, 炎帝塑像 DE 在高 55m 的小山 EC 上, 在 A 处测得塑像底部 E 的仰角为 34° , 再沿 AC 方向前进 21m 到达 B 处, 测得塑像顶部 D 的仰角为 60° , 求炎帝塑像 DE 的高度. (精确到 1m . 参考数据: $\sin 34^\circ \approx 0.56$, $\cos 34^\circ \approx 0.83$, $\tan 34^\circ \approx 0.67$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



20. (9分) 学校计划为“我和我的祖国”演讲比赛购买奖品. 已知购买 3 个 A 奖品和 2 个 B 奖品共需 120 元; 购买 5 个 A 奖品和 4 个 B 奖品共需 210 元.

(1) 求 A, B 两种奖品的单价;

(2) 学校准备购买 A, B 两种奖品共 30 个, 且 A 奖品的数量不少于 B 奖品数量的 $\frac{1}{3}$.

请设计出最省钱的购买方案, 并说明理由.

21. (10分) 模具厂计划生产面积为 4, 周长为 m 的矩形模具. 对于 m 的取值范围, 小亮已经能用“代数”的方法解决, 现在他又尝试从“图形”的角度进行探究, 过程如下:

(1) **建立函数模型**

设矩形相邻两边的长分别为 x, y . 由矩形的面积为 4, 得 $xy = 4$, 即 $y = \frac{4}{x}$; 由周长

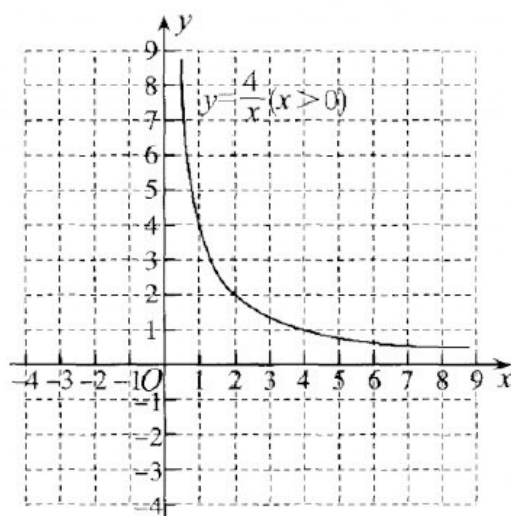
为 m , 得 $2(x + y) = m$, 即 $y = -x + \frac{m}{2}$. 满足要求的 (x, y) 应是两个函数图象在

第_____象限内交点的坐标.



(2) 画出函数图象

函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象如图所示, 而函数 $y = -x + \frac{m}{2}$ 的图象可由直线 $y = -x$ 平移得到. 请在同一直角坐标系中直接画出直线 $y = -x$.



(3) 平移直线 $y = -x$, 观察函数图象

- ① 当直线平移到与函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象有唯一交点 $(2, 2)$ 时, 周长 m 的值为_____;
- ② 在直线平移过程中, 交点个数还有哪些情况? 请写出交点个数及对应的周长 m 的取值范围.

(4) 得出结论

若能生产出面积为 4 的矩形模具, 则周长 m 的取值范围为_____.

22. (10分) 在 $\triangle ABC$ 中, $CA = CB$, $\angle ACB = \alpha$. 点 P 是平面内不与点 A, C 重合的任意一点, 连接 AP , 将线段 AP 绕点 P 逆时针旋转 α 得到线段 DP , 连接 AD, BD, CP .

(1) 观察猜想

如图 1, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, $\frac{BD}{CP}$ 的值是_____, 直线 BD 与直线 CP 相交所成的较小角的度数是_____.

(2) 类比探究

如图 2, 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 请写出 $\frac{BD}{CP}$ 的值及直线 BD 与直线 CP 相交所成的较小角的度数, 并就图 2 的情形说明理由.



(3) 解决问题

当 $\alpha = 90^\circ$ 时,若点 E, F 分别是 CA, CB 的中点,点 P 在直线 EF 上,请直接写出点 C, P, D 在同一直线上时 $\frac{AD}{CP}$ 的值.

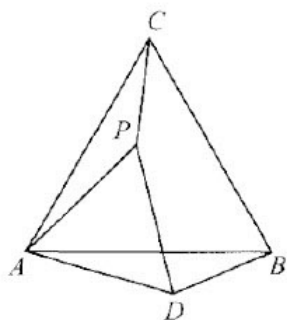


图 1

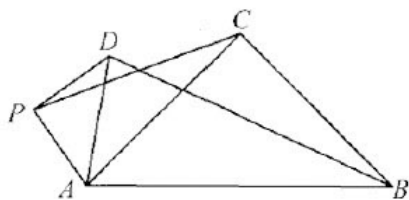
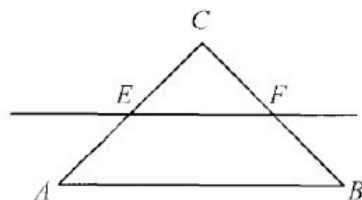


图 2



备用图

23. (11 分) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + \frac{1}{2}x + c$ 交 x 轴于 A, B 两点, 交 y 轴于点 C .

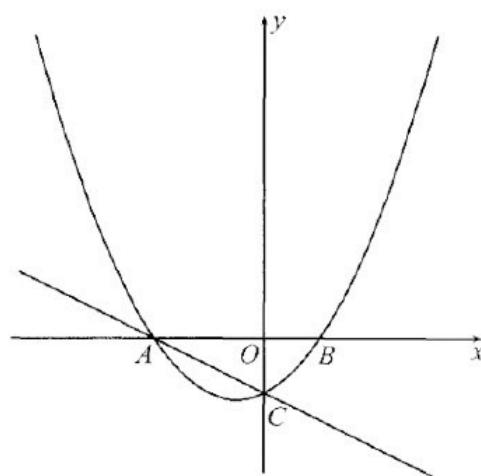
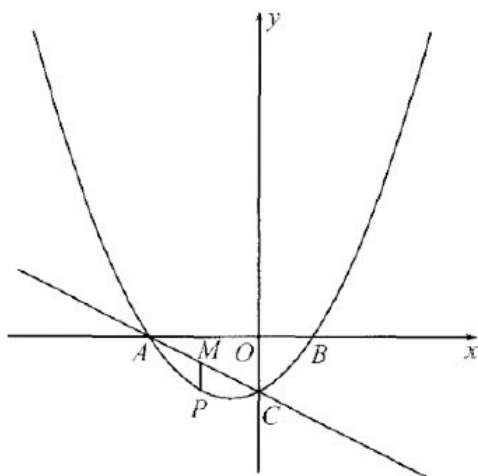
直线 $y = -\frac{1}{2}x - 2$ 经过点 A, C .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是抛物线上一动点, 过点 P 作 x 轴的垂线, 交直线 AC 于点 M , 设点 P 的横坐标为 m .

① 当 $\triangle PCM$ 是直角三角形时, 求点 P 的坐标;

② 作点 B 关于点 C 的对称点 B' , 则平面内存在直线 l , 使点 M, B, B' 到该直线的距离都相等. 当点 P 在 y 轴右侧的抛物线上, 且与点 B 不重合时, 请直接写出直线 $l: y = kx + b$ 的解析式. (k, b 可用含 m 的式子表示)



备用图



2019 年河南省普通高中招生考试

数学试题参考答案及评分标准

说明:

1. 如果考生的解答与本参考答案提供的解法不同,可根据提供的解法的评分标准精神进行评分.
2. 评阅试卷,要坚持每题评阅到底,不能因考生解答中出现错误而中断对本题的评阅.如果考生的解答在某一步出现错误,影响后继部分而未改变本题的内容和难度,视影响的程度决定对后面给分的多少,但原则上不超过后继部分应得分数之半.
3. 评分标准中,如无特殊说明,均为累计给分.
4. 评分过程中,只给整数分数.

一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	B	D	C	A	C	B	A	D

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

题号	11	12	13	14	15
答案	$\frac{3}{2}$	$x \leq -2$	$\frac{4}{9}$	$\pi + \sqrt{3}$	$\frac{5}{3}$ 或 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

三、解答题(本大题共 8 个小题,满分 75 分)

16. 原式 = $\frac{x+1-x+2}{x-2} \div \frac{x(x-2)}{(x-2)^2}$

= $\frac{3}{x-2} \cdot \frac{x-2}{x}$ 4 分

= $\frac{3}{x}$ 6 分

当 $x = \sqrt{3}$ 时,原式 = $\frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$ 8 分

17. (1) $\because BA = BC, \angle ABC = 90^\circ,$
 $\therefore \angle CAB = \angle C = 45^\circ.$
 $\because AB$ 为半圆 O 的直径,
 $\therefore \angle ADF = \angle BDG = 90^\circ.$
 $\therefore \angle DBA = \angle DAB = 45^\circ,$
 $\therefore AD = BD.$ 3 分

$\because \angle DAF$ 和 $\angle DBG$ 都是 $\widehat{DE}$ 所对的圆周角,
 $\therefore \angle DAF = \angle DBG.$
 $\therefore \triangle ADF \cong \triangle BDG.$ 5 分

(2) ① $4 - 2\sqrt{2};$ 7 分
 ② 30(注:若填为 30° ,不扣分) 9 分



18. (1) 23. 2 分
 (2) 77. 5. 4 分
 (3) 甲的排名更靠前. 因为甲的成绩大于七年级抽测成绩的中位数, 而乙的成绩小于八年级抽测成绩的中位数. 6 分
 (4) $400 \times \frac{8+15+5}{50} = 224$.

所以估计七年级成绩超过平均数 76. 9 分的人数为 224. 9 分

19. 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $\because \angle A = 34^\circ, CE = 55$,

$$\therefore AC = \frac{CE}{\tan 34^\circ} \approx \frac{55}{0.67} \approx 82.1.$$

$$\therefore BC = AC - AB \approx 82.1 - 21 = 61.1. 4 分$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中, $\because \angle CBD = 60^\circ$,

$$\therefore CD = BC \cdot \tan 60^\circ \approx 61.1 \times 1.73 \approx 105.7. 7 分$$

$$\therefore DE = CD - CE \approx 105.7 - 55 \approx 51.$$

所以炎帝塑像 DE 的高度约为 51m. 9 分

20. (1) 设 A 奖品的单价为 x 元, B 奖品的单价为 y 元, 1 分

$$\text{根据题意, 得} \begin{cases} 3x + 2y = 120, \\ 5x + 4y = 210. \end{cases} \text{ 解得} \begin{cases} x = 30, \\ y = 15. \end{cases}$$

所以 A 奖品的单价为 30 元, B 奖品的单价为 15 元. 4 分

- (2) 设购买 A 奖品 a 个, 则购买 B 奖品 $(30 - a)$ 个, 共需 w 元,

$$\text{根据题意, 得 } w = 30a + 15(30 - a) = 15a + 450. 6 分$$

$\because 15 > 0$, $\therefore$ 当 a 取最小值时, w 有最小值.

$$\therefore a \geq \frac{1}{3}(30 - a). \text{ 解得 } a \geq 7.5.$$

而 a 为正整数, $\therefore$ 当 $a = 8$ 时, w 取得最小值, 此时 $30 - 8 = 22$.

所以当购买 A 奖品 8 个, B 奖品 22 个时最省钱. 9 分

21. (1) 一. 1 分

(2) 正确画图. 3 分

(3) ① 8; 4 分

② 直线与函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 的图象交点还有两种情况;

当有 0 个交点时, 周长 m 的取值范围是 $0 < m < 8$;

当有 2 个交点时, 周长 m 的取值范围是 $m > 8$ 8 分

(4) $m \geq 8$ 10 分



22. (1) 1, 60. (注:若填为 60° , 不扣分) 2 分

(2) $\sqrt{2}$, 直线 BD 与直线 CP 相交所成的较小角的度数为 45° .

(注:若没写出,但后续证明正确,不扣分) 4 分

理由如下:

$$\because \angle ACB = 90^\circ, CA = CB. \therefore \angle CAB = 45^\circ, \frac{AB}{AC} = \sqrt{2}.$$

$$\text{同理可得: } \angle PAD = 45^\circ, \frac{AD}{AP} = \sqrt{2}.$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AP}, \angle CAB = \angle PAD.$$

$$\therefore \angle CAB + \angle DAC = \angle PAD + \angle DAC. \text{ 即 } \angle DAB = \angle PAC.$$

$$\therefore \triangle DAB \sim \triangle PAC. \dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\therefore \frac{BD}{CP} = \frac{AB}{AC} = \sqrt{2}, \angle DBA = \angle PCA.$$

设 BD 交 CP 于点 G , BD 交 CA 于点 H .

$$\because \angle BHA = \angle CHG,$$

$$\therefore \angle CGH = \angle BAH = 45^\circ. \dots\dots 8 \text{ 分}$$

(3) $\frac{AD}{CP}$ 的值为 $2 + \sqrt{2}$ 或 $2 - \sqrt{2}$. (注:若把 $2 - \sqrt{2}$ 写为 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$, 不扣分) 10 分

【提示】分两种情况:如图①,可设 $CP = a$,则 $BD = \sqrt{2}a$. 设 CD 与 AB 交于点 Q ,

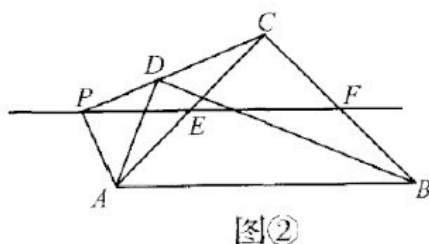
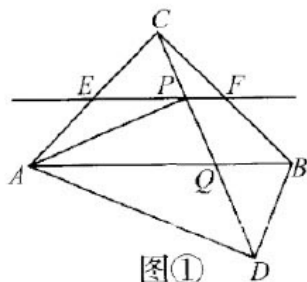
则 $PQ = CP = a$. 可证 $\angle DQB = \angle DBQ = 67.5^\circ$, 则 $DQ = BD = \sqrt{2}a$,

易得 $AD = \sqrt{2}PD = 2a + \sqrt{2}a$, 所以 $\frac{AD}{CP} = 2 + \sqrt{2}$.

如图②,可设 $AP = DP = b$, 则 $AD = \sqrt{2}b$. 由 $EF \parallel AB$, $\angle PEA = \angle CAB = 45^\circ$,

可证 $\angle ECD = \angle EAD = 22.5^\circ$, 易得 $CD = AD = \sqrt{2}b$, $CP = \sqrt{2}b + b$,

所以 $\frac{AD}{CP} = 2 - \sqrt{2}$.





23. (1) $\because$ 直线 $y = -\frac{1}{2}x - 2$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 C ,

$\therefore A(-4, 0), C(0, -2)$.

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 + \frac{1}{2}x + c$ 经过点 A, C ,

$$\therefore \begin{cases} 0 = 16a - 2 + c, \\ -2 = c. \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} a = \frac{1}{4}, \\ c = -2. \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2$ 3 分

(2) $\because$ 点 P 的横坐标为 m , $\therefore$ 点 P 的坐标为 $(m, \frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m - 2)$.

当 $\triangle PCM$ 是直角三角形时, 有以下两种情况:

① 当 $\angle CPM = 90^\circ$ 时, $PC \parallel x$ 轴, $\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m - 2 = -2$.

解得 $m_1 = 0$ (舍去), $m_2 = -2$.

$\because$ 当 $m = -2$ 时, $\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m - 2 = -2$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(-2, -2)$ 5 分

② 当 $\angle PCM = 90^\circ$ 时, 过点 P 作 $PN \perp y$ 轴于点 N ,

$\therefore \angle CNP = \angle AOC = 90^\circ$.

$\because \angle NCP + \angle ACO = \angle OAC + \angle ACO = 90^\circ$,

$\therefore \angle NCP = \angle OAC$. $\therefore \triangle CNP \sim \triangle AOC$. $\therefore \frac{CN}{AO} = \frac{PN}{CO}$.

$\because C(0, -2), N(0, \frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m - 2)$, $\therefore CN = \frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m, PN = m$.

即 $\frac{\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m}{4} = \frac{m}{2}$. 解得 $m_3 = 0$ (舍去), $m_4 = 6$.

$\because$ 当 $m = 6$ 时, $\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{2}m - 2 = 10$,

$\therefore$ 点 P 的坐标为 $(6, 10)$.

综上所述, 点 P 的坐标为 $(-2, -2)$ 或 $(6, 10)$ 8 分

(3) $y = x - \frac{3}{4}m - 2$ 或 $y = \frac{m+4}{4-2m}x - 2$ 或 $y = \frac{4-m}{2m+4}x - 2$ 11 分

【提示】满足条件的直线 l 即 $\triangle MBB'$ 的三条中位线所在的直线.